

ΣΥΝΕΧΕΙΣ Τ.Μ

1) Ο χρόνος λειτουργίας ενός Υ/Η (σε ώρες) πριν συμβεί κάποια βλάβη είναι μια συνεχής τ.μ. με σφάλματα πυκνότητας πιθανότητας (σ.π.η) :

$$f_x(x) = \begin{cases} \lambda \cdot e^{-x/100}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$$

Ποια η πιθανότητα να λειτουργήσει ο υπολογιστής:

- α) Για ένα διάστημα μεταξύ 50 και 150 ωρών (πριν παθει βλάβη)
- β) Για λιγότερο από 100 ώρες (πριν παθει βλάβη.)

ΛΥΣΗ

α) Αφού σ.π.η, τότε

$$\int_{-\infty}^{\infty} f_x(x) dx = 1 \Rightarrow \lambda \cdot \int_0^{\infty} e^{-x/100} dx = 1 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \lambda \cdot [-e^{-x/100}]_0^{\infty} = 1 \Rightarrow \lambda = \frac{1}{100}$$

$$P(50 < x < 150) = \int_{50}^{150} \frac{1}{100} \cdot e^{-x/100} dx = \frac{1}{100} [-e^{-x/100}]_{50}^{150} = \frac{1}{100} (e^{-1/2} - e^{-3/2})$$

β) ομοίως

$$P(100 > x) = \int_{-\infty}^{100} f_x(x) dx = \int_0^{100} \frac{1}{100} \cdot e^{-x/100} dx = (1 - e^{-1}) \frac{1}{100}$$

β' τρόπος για το (α) και (β)

$$\left. \begin{aligned} P(50 < x < 150) &= F_x(150) - F_x(50) \\ \text{και} \\ P(x < 100) &= F_x(100) - F_x(0) \end{aligned} \right\} \text{ όπου } f_x \text{ με } \underline{\text{αδρ. σφαλρ. καταν.}}$$

Beispiele zur F_X .

1.7.13.11.3

$$a) F_X(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f_X(t) dt, \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

$$F_X(x) = \begin{cases} \int_{-\infty}^x f_X(t) dt = 0, & x < 0 \\ \int_{-\infty}^x f_X(t) dt = \int_{-\infty}^0 f_X(t) dt + \int_0^x f_X(t) dt = \\ = \int_0^x \frac{1}{100} \cdot e^{-t/100} dt = \left(-\frac{1}{100} \cdot e^{-t/100} \right) \Big|_0^x = \\ = -\frac{1}{100} \cdot e^{-x/100} + \frac{1}{100}, & x \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{Also, } F_X(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ -\frac{1}{100} \cdot e^{-x/100} + \frac{1}{100}, & x \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{z.B. } P(50 < X < 150) = F_X(150) - F_X(50) =$$

$$= -\frac{1}{100} \cdot e^{-150/100} + \frac{1}{100} + \frac{1}{100} \cdot e^{-50/100} - \frac{1}{100} =$$

$$= -\frac{1}{100} \cdot e^{-3/2} + \frac{1}{100} \cdot e^{-1/2} = \frac{1}{100} (e^{-1/2} - e^{-3/2})$$

3) also

$$P(X < 100) = F_X(100) - F_X(0) =$$

$$= -\frac{1}{100} \cdot e^{-1} + \frac{1}{100} = \frac{1}{100} (1 - e^{-1}).$$